ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 SEPTEMBRE 1945.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE CAULLERY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 17 juillet 1945, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Walter Sydney Adams**, à la place d'Associé étranger, vacante par le décès de M. *Levi-Civita*.

Il est donné lecture de ce décret.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Sur la détermination des corrections de soufflerie.* Note de MM. **Joseph Pérès** et **Lucien Malavard**.

1. L'un de nous a envisagé en détail [1] l'application directe, au problème de la détermination des corrections de soufflerie, de l'expérimentation rhéoélectrique : il adapte le calculateur d'ailes à la détermination pratique des corrections de parois pour une aile placée dans une veine limitée quelconque. Nous indiquons ici une autre méthode qui combine l'expérimentation analogique et le calcul et dont le principe est fort simple : obtenir, au bassin électrique, une représentation conforme de la section droite de veine sur une aire plus simple et pour laquelle on puisse traiter la question par l'analyse.

Ce procédé est peut-être un peu plus long, mais il a l'intérêt de n'utiliser qu'un matériel expérimental très réduit et de s'appliquer aussi simplement quelle que soit la position de l'aile dans la veine. Nous l'avons utilisé couramment.

2. Pour une veine entièrement guidée ou entièrement libre, la représentation conforme la plus indiquée, en vue de la simplicité des calculs ultérieurs, serait celle qui donne un cercle. Mais cette représentation est à écarter dans le cas d'une veine mixte, cas que l'on traite au contraire très aisément en représentant la section sur un rectangle, les arcs libres

---

[1] L. Malavard, *Publ. Sc. et Tech. du Min. de l'Air*, Paris, 1939, fasc. 153.

et guidés de frontière correspondant aux divers côtés de ce rectangle. Comme d'autre part c'est la représentation sur le rectangle qui est la plus immédiate au bassin électrique, nous l'utilisons en général systématiquement.

3. Le bassin électrique plan, en matériau isolant, a la forme de la section de veine. On obtiendra la représentation sur un rectangle par deux expériences, faites en alimentant le bassin au moyen d'électrodes disposées suivant les arcs de frontière, qui doivent correspondre aux deux couples de côtés opposés du rectangle. Dans chaque expérience on trace les lignes potentielles du champ (potentiels V et V′, toujours mesurés, par exemple, de 0 à 1 entre les deux électrodes); ces lignes correspondent aux droites X = const. et Y = const. du plan du rectangle. On achève de préciser la correspondance par les formules évidentes

$$X = mV, \qquad Y = m\beta V', \tag{1}$$

m étant un facteur d'échelle *ad libitum* et β, rapport des cotés du rectangle, étant déterminé par la formule $\beta = \sigma/tR$ où σ est la résistivité du liquide dans le bassin, t sa hauteur, R la résistance entre les électrodes.

Notons en passant que les symétries éventuelles permettent de réduire la représentation à la moitié ou au quart de la section. Dans les cas très usuels où le segment portant est suivant un axe de symétrie de la veine, il suffit de connaître la correspondance avec les points du rectangle sur cet axe et une seule expérience suffira.

4. On sait déterminer les corrections de parois dans le cas de la section rectangulaire. Reste donc à établir les formules permettant de passer de ce cas au cas d'une section quelconque, compte tenu de la représentation conforme (obtenue ici expérimentalement).

Nous appelons $z = x + iy$ et $Z = X + iY$ les variables complexes dans le plan de la section de veine et dans le plan du rectangle, la correspondance entre elles étant définie par les essais décrits ci-dessus (n° 3). Ces essais donnent aussi le module de transformation $|dZ/dz|$ aux points où il peut être utile. Pour fixer les idées nous supposerons que les axes xy sont axes de symétrie de la veine, le segment portant étant sur Ox, entre les abscisses $-b$ et $+b$. On verra sans peine les modifications des formules lorsque ces conditions ne sont pas remplies.

5. Traitons d'abord le cas où la circulation est la même tout le long de l'envergure, l'aile étant donc assimilée à deux tourbillons $+\Gamma$ et $-\Gamma$, aux abscisses $+b$ et $-b$. On sait que, $f = \varphi + i\psi$ étant le potentiel d'influence des parois (pour $\Gamma = 1$), on a le facteur de correction

$$\delta = \frac{s_0}{2b^2}[\psi]_{-b}^{+b} = \frac{s_0}{b^2}(\psi)_{z=b}, \tag{2}$$

ψ étant pris nul sur l'axe Oy et s_0 étant l'aire de la section de veine ([2]).

Dans le cas du rectangle on a les deux tourbillons $+\Gamma$ et $-\Gamma$ aux points homologues $+B$ et $-B$ de OX, le facteur de correction est donné par la formule analogue

$$\Delta = \frac{S_0}{B^2}(\Psi)_{z=B}. \tag{3}$$

Mais le potentiel d'influence $F = \Phi + i\Psi$ n'est pas le transformé de f, on a

$$f = F - \frac{i}{2\pi}\log\left(\frac{Z-B}{Z+B}\,\frac{z+b}{z-b}\right). \tag{4}$$

La comparaison de (2) et (3), compte tenu de (4), donne la relation que nous avions en vue

$$\delta = \frac{s_0}{S_0}\left(\frac{B}{b}\right)^2\Delta - \frac{s_0}{2\pi b^2}\log\left\{\frac{b}{B}\left|\frac{dZ}{dz}\right|_{z=b}\right\}. \tag{5}$$

On voit que la détermination de δ implique : 1° le calcul de Δ, qui est bien connu dans les divers cas; 2° un essai au bassin électrique qui donnera l'abscisse B correspondant à b, ainsi que la valeur du module $|dZ/dz|_{z=b}$.

6. Dans le cas général où la loi de circulation en envergure est quelconque, définie par la fonction $\Gamma(x)$, on peut calculer le facteur de correction par la formule évidente

$$\delta = 2s_0\frac{\displaystyle\int_0^b d\Gamma(x)\int_0^x d\Gamma(\xi)\psi(x,\xi)}{\left\{\displaystyle\int_0^b \Gamma(x)\,dx\right\}^2}, \tag{6}$$

$\psi(x, \xi)$, qui dépend symétriquement des deux variables qui y figurent, étant la valeur, au point d'abscisse x de Ox, de la fonction de courant d'influence des parois pour deux tourbillons d'intensité ± 1 placés aux abscisses $\pm\xi$ du même axe.

L'équation (4) donne immédiatement

$$\psi(x,\xi) = \Psi(x,\xi) - \frac{1}{2\pi}\log\left|\frac{Z-B}{Z+B}\,\frac{z+b}{z-b}\right|, \tag{7}$$

et permet la détermination de ψ à partir de la fonction Ψ analogue pour le rectangle; la valeur du terme complémentaire au second membre résulte de mesures faites sur le graphique de représentation conforme obtenu expérimentalement.

Les déterminations de ψ étant faites pour des valeurs de ξ et x assez

([2]) *Loc. cit.* note précédente, page 86.

serrées et régulièrement espacées, on a les éléments numériques permettant, par quadratures mécaniques, le calcul rapide de δ quelle que soit l'envergure $2b$ et la loi de circulation $\Gamma(x)$.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Plantes annuelles et plantes vivaces; Xénie des plantules.* Note [1] de M. Louis **Blaringhem**.

Les phénomènes de Xénie chez le Pois sont connus depuis 1729 et ont provoqué la découverte de Gregor Mendel (1865), qui note la dominance des cotylédons amylacés sur les cotylédons sucrés et ridés; Mlle Cécile Bourdouil (1933) démontre dans sa Thèse qu'il s'agit de l'activité de diastases plus actives chez le type amylacé, dont les embryons sont adultes, que chez le récessif sucré, fixé à un stade infantile. Mais il s'agit de croisements entre races bien définies et Darwin (*Variation des An. et des Plantes*, trad. Moulinié, I, pp. 422-429) insiste longuement sur les cas encore rares de la transmission immédiate et directe de l'élément mâle sur la forme du fruit et des embryons de la mère. Après Louis Vilmorin (1867), de nombreux auteurs l'ont constatée chez le Maïs, les grains ronds, amylacés dominant les grains sucrés, phase infantile de mise en réserve des glucides. Hugo de Vries en donne l'explication décisive à l'Académie le 4 décembre 1899, s'appuyant sur la découverte toute récente de la double fécondation par Léon Guignard et S. Nawashine. De ces travaux résultent la Génétique et les découvertes d'un demi-siècle, biologiques et cytologiques.

Et cependant la Xénie est un phénomène plutôt rare et paraît transitoire, comme le sont d'ailleurs tous les phénomènes diastasiques. L'un des plus probants est cité par Ch. Darwin. Le *grand Pois sucré*, dont les cosses sont minces, très minces et deviennent d'un blanc brunâtre lorsqu'elles sont sèches, fécondé par le pollen du *Pois à cosses pourpres*, dont les cosses sont épaisses et deviennent rouge pourpre à la dessiccation, a donné accidentellement à Laxton de Stainford une cosse nuancée de rouge pourpré qu'il a communiquée à Darwin, et cette anomalie accidentelle est expliquée par le fait que la couleur pourpre des graines est visible à travers la cosse. Même remarque relative à la *Giroflée Cocardeau* (*Matthiola annua*) à graines d'un brun clair qui deviennent brunes, et cela dans la proportion de 50 % lorsque cette variété est pollinisée par le *Matthiola incana*. Ch. Naudin a noté chez Denis des fruits de *Chamærops humilis* ayant acquis la pulpe sucrée de la datte après la pollinisation avec le Dattier. Je pourrais donner des listes de faits analogues réunis depuis 1900; j'insiste sur les plus probants examinés et suivis par les fondateurs de la Biologie végétale.

---

(1) Séance du 3 septembre 1945.

Un fait a été, je crois, négligé jusqu'à présent : les variétés récessives de plantes où la Xénie est rigoureusement contrôlée sont rares et manifestement plus récentes et plus précoces que les variétés dont le pollen montre une activité immédiate. Ceci n'est pas douteux pour le *Maïs*, dont les variétés à grains amylacés ont été découverts et en nombre dans les ruines des populations précolombiennes de l'Amérique. C'est aussi très probable pour le Pois; les *Pisum* sauvages et certaines Vesces apparentées ont des graines amylacées, et la teinte dominante des enveloppes (maternelles) est le pourpre ou le brun piqueté de pourpre; et ces plantes sont sinon vivaces, mais d'une plus longue durée de végétation. J'en ai une démonstration très nette depuis 20 ans avec le Maïs; deux lignées, régulièrement cultivées en voisinage pour éviter la dégénérescence, du *Zea Mays polysperma* donnent des plantes toujours à grains blanc jaunâtre lorsque le semis a lieu de grains de cette teinte, alors que les grains rouges donnent en proportion variable des plantes toutes à grains rouges ou toutes à grains blancs, et dans tous les cas les plantes donnant des épis rouges sont plus vigoureuses et à maturation plus tardive que les plantes à épis blancs, quoique provenant de la même mère. Cette constatation se précise dans les altérations provoquées par l'action de la colchicine signalée récemment ([2]); toutes les plantes ayant mûri leurs graines en moins de deux mois de végétation donnent des épis blanc jaunâtre.

C'est encore ce que l'on constate chez les Giroflées. *Matthiola incana* est manifestement voisine de l'ancêtre sauvage, à grande ère d'extension méditerranéenne, dont est née vers 1850, en Angleterre, dans les Flandres et en France, la prétendue espèce *M. annua* à végétation singulièrement plus rapide et aussi plus condensée, et cette particularité (diastasique) s'accentue encore lorsque l'on compare la vitalité et le comportement des races à fleurs doubles de *Matthiola incana* R. Br. (d'abord obtenues bien avant le XVIe siècle, *Leucoium incanum* de C. Bauhin) à la vitalité diminuée et à la floraison compacte, presque semestrielle de *M. annua* Sweet. Constatons d'ailleurs que les botanistes systématiciens n'ont pas hésité à faire deux bonnes expèces légitimes des plantes cultivées, en raison même des différences très accusées que présentent les organes végétatifs et leur lignification.

Bien plus nette est la qualité diastasique de l'évolution sexuelle, telle que la présentent le Chanvre et le Houblon, et le commerce, comme la culture de ces plantes industrielles, repose uniquement sur la nature et la quantité de lignine développée en rapport avec la sexualité; j'ai donné sur ces relations des suggestions précises ([3]) et elles apparaissaient clairement dans

([2]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 267.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, **76**, 1913, p. 855; *Bull. Soc. Bot. France*, **72**, 1925, pp. 341-350, 2 fig. et 1 pl.

la Thèse de doctorat de Tournois ([4]), dont les expériences ont été brusquement interrompues par la guerre de 1914 et la mort au Champ d'honneur de ce brillant officier. Je passe rapidement sur les phénomènes de Xénie observés chez les Céréales et j'ai montré, en obtenant le premier hybride fertile de *Triticum Monococcum* ([5]) (1911) et l'état infantile des embryons de certains hybrides de Blé Poulard et de Seigle, que la spéciéïté des Blés était aussi nette sur les hybrides accidentels obtenus que, sur les coupes des chaumes, la disposition des vascularisations et des cellules sclérifiées. L'objet le plus précis de mes études à cette époque a été le Lin, cultivé pour la fibre, combiné par hybridation avec des prototypes sauvages vivaces (1924-1926) : *L. angustifolium* et une forme hindoue à graines blanches d'où j'obtins des lignées à graines panachées qui ont conservé cette anomalie héréditaire jusqu'à ce jour.

On a beaucoup moins d'exemples d'altération des tissus maternels par l'action directe du pollen. Les Orchidées, qui en présentent de nombreux cas, sont des plantes à fleurs irrégulières dans leur développement, et les altérations supposées des Raisins blancs par le pollen de cépages à Raisins noirs sont plutôt rares et irrégulières, comme dans le cas des Pois étudiés par Darwin. J'en ai obtenu un exemple tout à fait remarquable avec le Tournesol et je m'arrêterai à l'étude de cette plante cultivée, qui est, elle aussi, une espèce infantile annuelle dans la série des espèces d'*Helianthus* en majorité vivaces.

Or, dans les séparations de lignées que je poursuis depuis 1940 dans la descendance d'un seul individu, semé à Angers fin juillet 1940, dont les graines ont été récoltées en décembre de la même année, j'ai obtenu diverses anomalies, dont des lignées à akènes doubles et, en plus, actuellement des individus qui présentent dès la germination, tantôt des radicules parfaitement incolores, tantôt des radicules portant des anneaux pourpres très nets; l'hérédité n'est pas douteuse, mais elle se présente, comme la couleur des grains de l'Avoine de Nilsson Ehle, avec des variations telles qu'il faut admettre l'hypothèse de facteurs multiples plus ou moins indépendants. Ma conviction est au contraire qu'il s'agit d'actions graduées diastasiques, qui d'ailleurs ne se produisent pas nécessairement aux mêmes phases et aux mêmes étapes de la migration des réserves dans les plantes. Je signale ici, pour en donner des preuves détaillées ailleurs, que les caractères qui suivent de quelques jours (3 ou 4 au plus) d'anneaux

([4]) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 9e série, 19, 1914, pp. 49-191.

([5]) *Bull. Soc. Bot. France*, 60, 1913, pp. 187-193 et 1 fig.; *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 220.

([6]) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 11e série, 4, 1943, pp. 103-118 et 1 pl. color.; *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 237.

rouges radiculaires, paraissent être des caractères analogues à ceux qui ont retenu l'attention de Ch. Darwin dans l'activité graduée des graines de Pois d'une même gousse pour le pigment anthocyanine; que ces marques sont bien des caractères de variétés, totalement différentes des pigmentations rouges ou brunes, beaucoup plus fréquentes, qui affectent les tiges, ou les fleurons ou les graines des variétés cultivées du Tournesol.

GÉOLOGIE. — *L'épisode du dépôt des argiles smectiques de l'Afrique du Nord.* Note (1) de M. JACQUES DE LAPPARENT.

Les argiles smectiques sont abondamment répandues en certains points d'Afrique du Nord. Elles ont été l'objet d'actives exploitations tant en Algérie, au voisinage de Lalla Marnia, à proximité de la frontière marocaine, qu'au Maroc même dans les terrains riverains de l'Oued Za, affluent de droite de la Moulouya, et dans les Garas dominantes.

Ces argiles, qui, étant donnée leur origine (matériel volcanique vitreux), ressortissent à la catégorie des bentonites au sens pétrographique du terme, sont intercalées dans les terrains miocènes.

Dans la région de Lalla Marnia on les trouve parfois en amas puissants qui s'appuient sur des culots de laves rhyolitiques. A partir de ces culots elles se résolvent en couches qui arrivent à se développer sur de grandes étendues. Contre les culots rhyolitiques et à quelque distance de ceux-ci elles reposent sur des gravats à stratifications entrecroisées, qui forment de la sorte leur *mur*, et l'on peut déterminer qu'elles ne sont elles-mêmes que le résultat de la transformation de gravats, les matériaux de ces derniers étant précisément la même matière volcanique que celle à partir de laquelle, par production de montmorillonite ou du mélange de ce minéral avec la kaolinite, les bentonites ont pris naissance.

Dans le pays au Nord de Turenne, à l'Est de Lalla Marnia, le Miocène forme un plateau surbaissé qu'entament en vives entailles des oueds et des chabets, affluents de droite de la Tafna. On voit précisément dans ces entailles que deux niveaux principaux d'argiles smectiques se sont formés. Ils ont l'un et l'autre une puissance de 4 à 5 mètres, étant séparés l'un de l'autre par 25 mètres d'argiles impures où se trouvent seulement des passées smectiques. Ces deux niveaux ont une architecture assez constante qui montre à leur base, c'est-à-dire à leur mur, des matériaux originellement plus grossiers que dans leur masse; le mur fait ainsi figure de microbrèche, laquelle n'est que l'aboutissement lointain des brèches à gros éléments qui forment les amas directement appuyés sur les culots rhyolitiques.

Un phénomène de sédimentation a donc permis que s'étalassent les débris qui se formaient par désagrégation directe des vestiges d'anciens volcans rhyolitiques. Des courants d'eau ont évidemment présidé au phénomène et ont eu pour effet le mélange de galets issus de roches loin-

(1) Séance du 6 août 1945.

taines aux éléments smectitisés. Mais la transformation en smectite ne s'est produite qu'à partir d'un certain niveau (de l'ordre de 330^{m} en altitude) au-dessous duquel le matériel pyroclastique originel est intact.

Dans le tréfonds du plateau de Turenne on trouve les restes d'émissions volcaniques de caractère basique (basaltes et andésites) sur lesquels se sont déposés ce que Louis Gentil a nommé des *tufs rhyolitiques*. Ce sont des gravats relativement fins. Très blancs, ils font contraste avec les roches noires ou rouges sur lesquelles ils reposent. On voit en partant de leur base qu'ils ont été transformés en smectite, encore à partir d'un certain niveau, leur transformation s'étant faite de plus en plus forte vers le toit puis ayant peu à peu cessé.

Les passées smectiques qui chargent les argiles impures, dont la masse sépare les deux niveaux principaux, comprennent avec assez de constance une couche dont l'épaisseur n'excède guère 60^{cm} et qui frappe par sa couleur tantôt chocolat, tantôt violacée. Comme les argiles smectiques habituelles de la région, elle est fréquemment chargée de petites paillettes de mica biotite. Or on trouve à la même hauteur, et lui correspondant exactement, les vestiges d'une coulée andésitique de couleur semblable.

Ainsi peut-on, sur la base de ces observations, écrire l'histoire des argiles smectiques de la région comme il suit.

Des volcans rhyolitiques, dont les produits ont traversé les marnes verdâtres qu'on rapporte maintenant à l'Helvétien, ont accumulé sur leurs flancs une masse de matériaux grossiers ou pulvérisés, qu'un phénomène érosif entraîne et qui se déposent sur une aire d'épandage, marquant le jeu de courants plus ou moins violents. Durant le temps de cet épandage, *à un certain moment*, la transformation en smectite des matériaux déposés commence. Or une activité volcanique andésitique avait fait suite aux émissions rhyolitiques. L'épandage des tufs rhyolitiques continua à se faire durant l'émission des matériaux andésitiques, mais ceux de ces derniers qui furent pulvérisés, formant débris ponceux ou fines particules vitreuses, puis sédimentés en dépôts pyroclastiques, n'échappèrent pas à la transformation en smectite. Toute activité volcanique cessa dans le district considéré, cependant que continuait l'épandage des tufs rhyolitiques, dont le matériel originel devait être abondant; aussi bien ces mêmes tufs plus ou moins transformés en smectite recouvrent-ils les vestiges érodés des volcans andésitiques.

On remarque que plus les courants furent intenses, moins la transformation en smectite se produisit : cette dernière ne trouvait de conditions favorables à sa production que sous le régime d'une sédimentation calme. Nous avons dit d'autre part ([2]) que c'est en eaux salées magnésiennes que devaient s'épandre les matériaux vitreux pour que, par dévitrification, un verre pût être transformé en montmorillonite.

La pénétration d'eaux salées magnésiennes dans les dépôts pyro-

---

([2]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 553.

clastiques en question fut quasi contemporaine de la formation de ceux-ci. L'imbibition fut plus ou moins forte et, là où les eaux magnésiennes manquèrent, le dépôt pyroclastique resta intact, réduit à sa simple condition de gravats volcaniques. Mais la smectite elle-même ne se forma que là où il y eut les éléments vitreux susceptibles de se muer en montmorillonite; de sorte que le *moment* des eaux salées magnésiennes pouvait se prolonger sans qu'apparussent de smectites si le matériel sédimenté n'était pas volcanique.

Les culots rhyolitiques eux-mêmes ont été parfois pénétrés par les eaux magnésiennes et se sont alors, par places, transformés directement en argiles smectiques. Étant de caractères pétrographiques différents sur leurs bords et en leur centre, ils ont réagi différemment à la dévitrification. Les bords, essentiellement obsidienniques et par là-même très vitreux, ont pu se dévitrifier largement; le centre, soumis parfois pendant le temps de l'émission de la lave à des actions pneumatolytiques intenses qui en ont fait cristalliser le verre originel, n'a eu que peu de matière à dévitrifier. Mais si de telles cristallisations ne s'étaient pas produites, toute la matière eût pu devenir smectique. Ainsi trouve-t-on les vestiges de culots rhyolitiques assez uniformément transformés. Cependant la transformation ne dépasse pas en profondeur le niveau même où les gravats ont commencé à devenir des smectites.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Union géodésique et géophysique internationale. Comité national français. Section d'hydrologie scientifique. Commission du Bassin de la Seine. Cahier n° 5 : *Quelques compléments à la Météorologie de Paris*, par Paulette Bachellerie, Nikita et Vladimir Frolow, Aimée Péreau et Jacques Valla.

ANALYSE GÉNÉRALE. — *La notion d'uniformité et les écarts abstraits.* Note de M. **Maurice Fréchet**.

En introduisant en 1905 (sous un autre nom) la notion de distance numérique de deux points abstraits, nous avons réussi à étendre à de nombreux espaces fonctionnels importants en Analyse la plupart des propriétés topologiques les plus utiles des espaces euclidiens. Comme cette notion de distance paraissait un élément numérique étranger aux notions purement topologiques, on a essayé, depuis, de s'en débarrasser de diverses manières. La plus simple à notre avis, et la plus intuitive, consiste à considérer un espace distanciable comme un espace ($\mathcal{V}$) où le voisinage est défini de façon à satisfaire aux conditions suivantes : parmi les familles équivalentes de voisinages qui définissent la topologie en un point a, d'ailleurs quelconque, de cet espace, il en est une : 1° qui forme

une suite monotone (de deux voisinages de a, l'un des deux contient l'autre); 2° qui est dénombrable. De plus, 3° quand deux points sont infiniment voisins d'un troisième, ils sont infiniment voisins l'un de l'autre (¹).

Il faut d'ailleurs observer que, même en restant sur le terrain topologique, la définition des espaces distanciables par une distance numérique conserve le triple avantage : d'être plus simple en soi, de fournir des démonstrations plus simples, enfin d'être une généralisation plus immédiate et intuitive des espaces euclidiens et en conséquence de fournir des démonstrations plus semblables à celles que nous connaissions déjà.

En outre, la notion d'écart et l'inégalité triangulaire, fondement de la notion de distance, ont en propre, en dehors de leur utilisation topologique, un intérêt métrique qui a été bien mis en lumière par la *Géométrie métrique dans les espaces abstraits* développée par K. Menger.

La notion de distance avait enfin l'avantage de se prêter immédiatement à l'extension, aux espaces abstraits, de la notion d'uniformité de la continuité d'une fonction ou d'une transformation.

D'ailleurs, de même que nous ne nous sommes pas borné, pour définir une topologie, à la notion de convergence d'une suite dénombrable [puisque, dès 1915, nous avons considéré l'espace ($\mathcal{V}$) où la notion de point d'accumulation ne s'exprime plus nécessairement par celle de suite convergente], de même nous avons cherché autrefois à étendre la notion d'uniformité d'une fonction de façon à ne pas la faire dépendre de la notion de distance. On peut d'abord y arriver au moyen de la notion plus générale d'écart numérique (de deux points abstraits) ne vérifiant plus nécessairement l'inégalité triangulaire. Mais, si l'on peut encore définir la continuité uniforme de la façon habituelle, il est plus difficile d'y étendre les démonstrations ou les énoncés connus des propriétés de cette sorte de continuité.

Par contre, nous avions montré qu'on peut étendre à un espace ($\mathcal{V}$) quelconque la proposition fondamentale : toute fonctionnelle numérique, continue sur un ensemble parfaitement compact en soi, est uniformément continue sur E, si l'on adopte la définition suivante : une fonctionnelle numérique, définie sur un ensemble parfaitement compact en soi, y est dite uniformément continue si, pour tout nombre $\varepsilon > 0$, il existe un nombre fini d'ensembles couvrant E et à l'intérieur de chacun desquels l'oscillation de cette fonction est inférieure à ε. Cette définition est équivalente à la définition classique quand E, toujours supposé parfaitement compact en soi, appartient à un espace euclidien ou même à un espace distancié.

On voit qu'au point de vue de l'uniformité des fonctions, il ne reste à traiter que le ca où elle est définie sur un ensemble non parfaitement compact en soi.

Nous avons maintenant réussi à étendre considérablement le champ de validité des propriétés des espaces (numériquement) distanciables et en particulier de la continuité uniforme dans ces espaces, en utilisant une distance abstraite (²) et un écart abstrait.

Pour caractériser les espaces où la topologie peut être définie au moyen

---

(¹) Cette condition, exprimée sous forme intuitive, peut être précisée de façons diverses entre lesquelles il y a lieu de choisir.

(²) Une définition de la distance abstraite équivalente à la nôtre a été déjà donnée par G. Kurepa (*Comptes rendus*, 198, 1934, p. 2053); mais, à notre connaissance, ni lui, ni nous-même à cette époque, ni aucun autre auteur n'avait songé à montrer, par des énoncés précis, combien elle se prête à la généralisation de nombreuses propriétés classiques des espaces pourvus d'une distance numérique.

d'une distance abstraite, il suffit de les définir par le moyen de familles de voisinages satisfaisant seulement aux conditions 1° et 3° ci-dessus ([3]). Les espaces où la topologie est définie par un écart abstrait sont ceux où la seule condition imposée à l'une des familles équivalentes de voisinages d'un point est la condition 1°.

Par des raisonnements calqués (et c'est là un des avantages de la notion de distance abstraite), mais avec les précautions nécessaires, sur les raisonnements dans les espaces euclidiens, on peut alors énoncer et démontrer un grand nombre de propriétés, dont nous nous contenterons de donner les suivantes à titre d'exemple :

Dans un espace abstraitement distanciable ($\mathcal{D}_a$), si un ensemble E est compact (séparable), alors, pour toute distance abstraite donnée ξ non nulle, E est décomposable en un nombre *fini* (une suite dénombrable) de sous-ensembles dont les diamètres abstraits sont inférieurs à ξ.

Soit $x_1 = T_x$ une transformation continue d'un ensemble E de $\mathcal{D}_a$, en un ensemble E_1 appartenant à un espace abstraitement distanciable; si E est parfaitement compact en soi, cette transformation est en outre *uniformément continue* (au sens classique, mais adapté à une distance abstraite).

Dans un espace ($\mathcal{E}_a$) où la topologie est définie au moyen d'un écart abstrait, appelons ensemble *complet* (en soi) un ensemble C jouissant de la propriété suivante : soit σ une suite monotone de sous-ensembles *e* de C pour lesquels, quel que soit l'écart abstrait ξ non nul, il y ait un ensemble *e* de σ dont le diamètre abstrait est inférieur à ξ, alors il existe un point *a* (de C) commun aux ensembles *e* de σ ou commun à leurs dérivées e'.

Ceci étant, soit $x_1 = T_x$ une transformation d'un ensemble D partout dense sur un ensemble E $(E = \bar{D})$ d'un espace $\mathcal{D}_a$ en un ensemble D_1 d'un espace également pourvu d'une distance abstraite : si D_1 est complet et si T_x est uniformément continu sur D, il existe une transformation et une seule, continue sur E et prolongeant T_x de D sur E; cette transformation sera alors, de surcroît, uniformément continue sur E.

Appelons homéomorphie *uniforme* toute homéomorphie, *h*, entre deux ensembles D, D_1 (appartenant à deux espaces pourvus chacun d'une distance abstraite), qui est une transformation uniformément continue de D en D_1 et de D_1 en D. Si D, D_1 sont complets et denses respectivement sur les ensembles E, E_1 des mêmes espaces, il existe une homéomorphie et une seule entre E et E_1 qui prolonge l'homéormorphie *h* et cette homéormorphie est uniforme.

Tout espace dont la topologie est définie par l'intermédiaire d'une distance abstraite est accessible et complètement régulier.

([3]) Comme ci-dessus, nous supposons une interprétation déterminée de cette condition intuitive 3°.

Pour abréger, nous nous sommes contenté dans ce qui précède de laisser à certaines notions les sens intuitifs que les noms adoptés suggèrent.

Des précisions sur les définitions ci-dessus et les démonstrations des propriétés énoncées ici et de quelques autres paraîtront dans un autre Recueil. Plusieurs de nos propositions sont parallèles aux théorèmes démontrés antérieurement par André Weil dans les espaces qu'il a appelés uniformes. Ainsi, pour quelques-uns de nos énoncés et de nos démonstrations, leur intérêt consiste essentiellement dans la possibilité qu'ils offrent, et qui sera sûrement appréciée, d'éviter le recours à des notions (telles que celle d'espace-produit) dont la considération est inutile dans le cas des espaces euclidiens.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La diffusion des gènes dans une population mendélienne.* Note [1] de M. **Gustave Malécot**, transmise par M. Émile Borel.

Poursuivons l'étude [2] de la répartition asymptotique des gènes mendéliens, en tenant compte des *mutations* et de la *sélection* par le schéma suivant : pour un couple de gènes allélomorphes A et a, les fréquences respectives des trois génotypes AA, Aa, aa, à la naissance, dans une génération F_0, sont :

$$R = q^2 + fpq, \qquad 2Q = 2pq - 2fpq, \qquad P = p^2 + fpq,$$

si $q = R + Q$ et $p = Q + P$ désignent les fréquences des gènes A et $a (q + p = 1)$; f est le coefficient de *consanguinité* ou d'*homogamie* de la génération précédente [3]. Mais les trois génotypes ont des chances différentes de parvenir à l'état adulte, et leurs fréquences deviennent alors proportionnelles à $R(1-s)$, $2Q(1-hs)$, P; s, h étant deux constantes caractérisant la *sélection des génotypes*. En outre la fréquence des gamètes A qu'ils produisent est modifiée par les *mutations récurrentes* transformant en a une fraction u des gènes A, et en A une fraction v des gènes a.

La fréquence q_1 de A, à la naissance, dans la génération suivante F_1, est donc

$$q_1 = \frac{R(1-s) + Q(1-hs)}{R(1-s) + 2Q(1-hs) + P} - uq + v(1-q),$$

d'où, si s est petit,

$$(1) \quad \delta(q) = q_1 - q \# - uq + v(1-q) + q(1-q)s(1-f)\left[(2h-1)q - h - \frac{f}{1-f}\right].$$

Si la population était infiniment nombreuse, q tendrait au cours du temps vers une valeur d'équilibre, donnée par l'équation $\delta(q) = 0$, qui a toujours entre 0 et 1, une ou trois solutions, l'équilibre étant stable pour la solution unique ou pour les deux solutions extrêmes.

---

[1] Séance du 10 septembre 1945.

[2] *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 379.

[3] *Ibid.*, **215**, 1942, p. 313; *Annales Fac. Sc. Lyon*, 1944, p. 61.

Pour une population limitée et constante de N individus, il y aura des fluctuations. Si l'on admet [1] que les $2N$ gamètes donnant naissance à F_1 sont tirées au sort parmi un nombre beaucoup plus grand de gamètres produites par F_0, un gène de fréquence donnée q donnera à la génération suivante une fréquence aléatoire q_1 dont la loi de probalilité sera la loi binomiale

$$(2) \qquad \theta(q+\delta,\, q_1) = C_{2N}^{2Nq_1}(q+\delta)^{2Nq_1}(1-q-\delta)^{2N-2Nq_1},$$

δ étant la fonction de q définie par (1). $q+\delta$ est toujours compris entre 0 et 1, même si $q=0$ ou $q=1$, donc θ est toujours >0, et il résulte de la théorie des chaînes que la loi de probabilité de la fréquence q_n dans la génération F_n tend quand $n \to \infty$ vers une loi limite indépendante de la valeur initiale de q.

Cherchons cette loi limite en l'assimilant à une loi continue $\varphi(q)dq$ de moments M_i forcément finis $\left(M_0 = \int_0^1 \varphi(q)dq = 1\right)$. Elle doit évidemment satisfaire à

$$(3) \qquad \int_0^1 \mu_i(q+\delta)\,\varphi(q)\,dq = \int_0^1 q^i\,\varphi(q)\,dq.$$

Les $\mu_i(q+\delta)$ étant les moments de la loi (2) donnée par

$$\mu_i(q) = q^i + \frac{i(i-1)}{4N}(q^{i-1}-q^i) + o\left(\frac{1}{N^2}\right),$$

donc

$$\mu_i(q+\delta) = \mu_i(q) + \delta\,\mu_i'(q) + o(\delta^2).$$

En écrivant $\delta(q) = \sum_{l \geq 0} A_l q^l$, l'équation (3) devient, si l'on n'y néglige les termes en $1/N^2$, en δ^2, et en δN,

$$(4) \qquad \frac{i-1}{4N}(M_{i-1}-M_i) + \sum_{l \geq 0} A_l M_{i-1+l} = 0.$$

En multipliant (4) par $t^{i-1}/(i-1)!$, et sommant depuis $i=1$ jusqu'à ∞, on trouve pour la transformée de Laplace $F(t) = \int_0^1 e^{tq}\varphi(q)dq = \sum M_i \frac{t^i}{i!}$ (toujours définie) l'équation différentielle

$$(5) \qquad \frac{t}{4N}[F'(t) - F''(t)] + \sum_{l \geq 0} A_l F^{(l)}(t) = 0,$$

d'où

$$(6) \qquad -\frac{1}{4N}\{[q\varphi(q)]' - [q^2\varphi(q)]''\} + \delta(q)\varphi(q) = 0,$$

si $q(1-q)\varphi(q)=0$ pour $q=0$ et $q=1$ (car le premier membre de (6), supposé continu, a alors pour transformée de Laplace le premier membre

de (5) et doit donc être $\equiv 0$). D'où

$$(7)\qquad \varphi(q)=\mathrm{K}\exp\left\{\int_0^1 \frac{4\mathrm{N}\,\delta(q)+2q-1}{q(1-q)}\,dq\right\},$$

la constante k étant telle que l'intégrale de $\varphi(q)$ soit égale à 1. Ce résultat est valable pour tout polynome $\delta(q)$, à condition que $\delta(0)>0$ et $\delta(1)<0$ et que δ^2 puisse être négligé. Pour la fonction $\delta(q)$ donnée par (1), on a

$$(8)\qquad \varphi(q)=\mathrm{K}\,q^{4\mathrm{N}v-1}(1-q)^{4\mathrm{N}u-1}\,e^{4\mathrm{N}(s+f)\left[\left(h-\frac{1}{2}\right)q^2-hq-\frac{fq}{(1+f)}\right]}.$$

Cette formule a été pressentie par S. Wright [comme résumant de nombreux cas particuliers étudiés par lui et R. A. Fisher ([4])], mais sans démonstration valable (il se borne à en vérifier la constance des deux premiers moments, propriété que partagent une infinité de lois).

Plus généralement, la même méthode démontre aisément que :

Si une grandeur x comprise dans un intervalle $a\ldots b\,(a<b)$ se diffuse par des sauts aléatoires, chaque saut étant régi par une loi de Gauss de moyenne $x+\delta(x)$ et de fluctuation $w(x)$, $\delta(x)$ et $w(x)$ étant des polynomes de carrés négligeables, avec $\delta(a)>0$, $\delta(b)<0$ et $w(x)\geq 0$ et ne s'annulant qu'aux bornes, x a une répartition asymptotique $\varphi(x)dx$ donnée par

$$\varphi(x)=\frac{\mathrm{K}}{w(x)}\,e^{2\int\frac{\delta(x)}{w(x)}dx}.$$

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur le calcul des hélices ventilateurs.* Note ([1]) de M. **Raymond Siestrunck**, présentée par M. Joseph Pérès.

I. Les résultats que nous avons obtenus sur les corrections de parois dans les essais d'hélices ([2]) peuvent être étendus, par un passage à la limite dans lequel on fait tendre vers zéro le jeu entre les bouts de pale et les parois de la soufflerie, au cas des hélices ventilateurs; on constate aisément sur les expressions que nous avons données pour le potentiel des tourbillons libres que les émissions tourbillonnaires marginales (ou les émissions centrales, si l'on considère un raccordement direct des pieds de pales sur un capotage moyeu cylindrique) disparaissent au contact des parois; c'est d'ailleurs ce que l'on admet dans la théorie habituelle, où la circu-

---

([4]) *Genetisc*, 16, 1931, p. 97; *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 23, 1937, p. 307 et 24, 1938, p. 253; *Actualités scientifiques*, 802, 1939, Paris; R. A. Fisher, *Proc. R. S. Edinburgh*, 42, 1922, p. 321; 50, 1930, p. 205; *The Genetical Theory of Nat. Selection*, Oxford, (Clarendon).

([1]) Séance du 10 septembre 1945.

([2]) *Comptes rendus*, 221, 1945 p. 284.

lation est constante en envergure, sans émission tourbillonnaire. Mais il est clair qu'on peut considérer des distributions quelconques de circulation, ne s'annulant pas en général aux extrémités de pale, et satisfaisant à la condition de conservation du débit de la veine à la traversée de l'hélice : ces distributions se présentent pour les ventilateurs à tous les régimes de fonctionnement différents de celui d'adaptation, pour lequel on réalise en général une répartition constante; leur étude, qui ne semble pas avoir été abordée jusqu'ici, peut pratiquement être faite au moyen du *calculateur d'hélices*, dans lequel on dispose des parois isolantes figuratives du capotage et de la paroi de la soufflerie. Un calcul que nous avons déjà indiqué permet de constater que le potentiel des tourbillons libres à l'infini aval de la veine de rayon 1 limitée par le capotage de rayon ξ_0 est de la forme

$$\varphi(\xi, \theta, z) = f(\xi, \zeta) - \frac{2}{1-\xi_0^2}\frac{z}{\pi\lambda}\int_{\xi_0}^{1}\rho\Gamma(\rho)\,d\rho = f(\xi, \zeta) - \frac{p\overline{\Gamma}}{\pi\lambda}z,$$

et que l'angle induit dans la section de rayon ξ s'exprime en fonction du potentiel électrique f du bassin par la formule

$$\delta i = -\frac{1}{2\lambda}\frac{df}{dn} - \frac{p\overline{\Gamma}}{2\pi\lambda}\frac{\xi}{\lambda^2+\xi^2},$$

ce qui permet d'obtenir la solution $\Gamma(\xi)$ correspondant à une valeur quelconque du fonctionnement λ par approximations successives (voir ma Note précédente).

II. Cette méthode peut être généralisée en tenant compte de l'interaction des différentes pales dans l'écoulement autour de l'une d'elles (effet de grille), d'où son application au calcul des soufflantes axiales. Considérons d'abord le cas où la distribution de circulation est constante en envergure : les résultats sur les grilles planes sont directement applicables sous la forme que nous leur avons donnée [3] si l'on admet que l'écoulement autour des profils situés au rayon ξ est le même que celui à travers une grille plane d'équidistance relative $\varepsilon = (2\pi\xi)/(pt)$; j'admets en plus que l'angle induit (dû ici uniquement à l'effet du tourbillon moyeu) défléchit la vitesse d'attaque du profil, modifiant ainsi son incidence. A partir des expressions données pour les efforts sur un des profils d'une grille, on obtient par intégration les coefficients globaux

$$C_Q = \lambda\Delta(1-\xi_0^2) + \frac{\lambda\Delta^2}{4\pi}\log\frac{\lambda^2+1}{\lambda^2+\xi_0^2} + \frac{2}{3}f\Delta(1-\xi_0^3),$$

$$C_T = \Delta(1-\xi_0^2) - \frac{\Delta^2}{4\pi}\log\frac{\lambda^2+1}{\lambda^2+\xi_0^2} - 2f\Delta(1-\xi_0),$$

où $\Delta = p\Gamma$, et f désigne la finesse aérodynamique du profil.

---

(3) L. MALAVARD et R. SIESTRUNCK, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 810

Les données d'adaptation (λ et C_Q) permettent ainsi de calculer Δ et C_T; pour déterminer ensuite les caractéristiques géométriques du ventilateur, nous supposerons connaître le réseau $M_0(\varepsilon, \omega)$ caractéristique du comportement en grille du profil choisi. Nous étant donné par exemple une incidence effective α_0 à réaliser, nous en déduirons le calage $\alpha^\star$ de l'axe de portance nulle sur l'axe de l'hélice par la relation $\alpha^\star = \text{arctg}\,\xi/\lambda - \alpha_0 - \delta i$, où δi a l'expression simple $p\Gamma\lambda/[4\pi\xi(\lambda^2 + \xi^2)]$; puis, de l'équation qui exprime que la circulation autour de chaque profil est Γ, on déduit

$$M_0 P = r(\xi) = \frac{4\pi K\xi\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{\Delta}\alpha_0.$$

K étant un coefficient de réduction analogue à celui de Prandtl pour passer de l'allongement infini théorique aux caractéristiques pratiques; r et $\alpha^\star$ sont les coordonnées polaires d'un point M_0, et les deux valeurs ε et ω définies par ce point donnent, l'une le calage $\omega(\xi)$ à donner à la corde, l'autre la corde $t(\xi)$ à adopter, par la relation $t = (2\pi\xi)/(p\varepsilon)$.

III. Le comportement du ventilateur au fonctionnement différent de celui d'adaptation s'obtiendra au calculateur d'hélices comme dans le cas I, mais l'équation qui exprime le fonctionnement aérodynamique, au lieu d'être la traduction du théorème de Joukowski pour un profil isolé, se déduit de la théorie des grilles; elle prend la forme

$$2f = \frac{4\pi K\xi\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{p\,r(\xi)}\left[\text{Arc tang}\frac{\xi}{\lambda} - \alpha^\star(\xi) - \delta i\right],$$

dans laquelle δi s'exprime comme il a été dit en fonctions de df/dn. Par conséquent, la condition à réaliser sur la pale est toujours du même type que dans le cas de l'hélice, et le calculateur d'hélices est utilisable sans modification; seules changent par rapport à I les valeurs des résistances et des potentiels auxiliaires φ.

Remarquons que, dans tous les cas, la résolution de l'équation du fonctionnement fournit, en même temps que Γ, la loi des angles induits et que la déflexion en arrière du ventilateur s'en déduira par les constructions simples que nous avons données sur les grilles; on a donc tous les éléments nécessaires au calcul d'un redresseur ou du deuxième élément d'un système de coaxiales.

HYDRAULIQUE. — *Application de la méthode des différences finies au calcul des chambres d'équilibre déversantes à section constante.* Note [1] de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Nous avons indiqué [2] comment la méthode des différences finies (méthode D. F.), permet le calcul des chambres d'équilibre déversantes. Dans

[1] Séance du 17 septembre 1945.

[2] *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 581.

la présente Note nous montrons la précision des résultats ainsi obtenus, dans le cas d'une chambre déversante à section constante, pour des fermetures instantanées de Q_0 à zéro.

Nous appelons Q'_M le débit déversant maximum déterminé par la méthode D. F., Q_H la valeur par excès que l'on adopte généralement en pratique, égale au débit qui pénètre dans la chambre d'équilibre à l'instant où le plan d'eau atteint la cote H du seuil déversant, au-dessus du niveau statique.

1° *Cas où la perte de charge dans le canal d'amenée est négligeable.* — Le débit déversant est de la forme $\mu Z'^{3/2}$, Z' désignant la charge au-dessus du seuil.

Nous avons étudié trois exemples différents, pour lesquels $f = 10$ m²; $L = 4000$ m; $Q_0 = 25$ m³/s; $\mu = 6{,}34$:

	F.	H.	Q'_M.	Q_H.
1.	300 m²	0	21 m³/s	25 m³/s
2.	100	0	22,35	25
3.	100	4	18,9	23,40

Le débit Q_H n'étant susceptible d'aucune autre détermination théorique, et l'absence de toute perte de charge n'étant pas expérimentalement réalisable, ces premiers résultats, s'ils mettent en évidence la réduction obtenue dans l'évaluation du débit maximum déversant, ne permettent pas d'apprécier le degré d'exactitude de la méthode D. F.; nous allons voir que cette vérification a pu être effectuée par contre dans le cas où la perte de charge intervient.

2° *Cas où la perte de charge appréciable dans le canal d'amenée n'est pas négligeable.* — Nous avons pu utiliser les résultats d'expériences que nous avons réalisées sur un modèle de chambre d'équilibre déversante, correspondant aux données suivantes :

F.	*f*.	H.	L.	μ.
0,0314 m²	0,00282	0ᵐ	5,74	0,216

Le calcul du débit maximum déversant Q_H a été fait en déterminant la variation de Z, entre les cotes $-P_{W_0}$ et zéro, par la méthode classique, puis, au-dessus du seuil déversant, par la méthode D. F. Les valeurs obtenues sont comparées à celles Q'_e que l'expérience a fournies et aux valeurs habituellement retenues en pratique Q_H. Le tableau ci-dessous rassemble les résultats relatifs aux 5 expériences étudiées.

Q_0 l/s.	P_{W_0} cm.	Q'_M l/s.	Q'_e l/s.	Q_H l/s.
3,2	25,34	1,42	1,46	2,18
2,85	20,45	1,32	1,375	2,03
2,37	13,6	1,21	1,245	1,883
1,98	9,85	1,09	1,130	1,665
1,485	5,78	0,889	0,925	1,330

Ce tableau montre que la méthode D. F. donne des résultats d'une bonne

approximation, alors que les valeurs retenues en pratique correspondent à des erreurs par excès considérables.

3° *Importance du rôle joué par la perte de charge.* — Ayant ainsi montré l'exactitude des résultats fournis par l'application aux chambres déversantes de la méthode D. F., nous avons voulu utiliser celle-ci pour nous rendre compte de l'importance de la réduction du débit déversant provoquée par la perte de charge; dans ce but, nous avons repris, par la méthode D. F., l'étude du premier exemple envisagé en l'absence de pertes de charge, au début de cette Note, en supposant maintenant l'existence d'une perte de charge $P_{w_0} = 6^m$. On obtient ainsi les valeurs suivantes :

$Q'_M = 11,16\ m^3/s$,	avec	$P_{w_0} = 6^m$,	contre $Q'_M = 21\ m^3/s$,	avec	$P_{w_0} = 0$,
$Q_H = 16,5$		$P_{w_0} = 6^m$,	$Q_H = 25$		$P_{w_0} = 0$.

Ces résultats montrent l'importance des erreurs par excès qui peuvent être commises lorsque le calcul néglige les pertes de charge.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la perturbation d'un problème de valeurs propres par modification de la frontière; cas des équations de la Mécanique ondulatoire.* Note [1] de M. **Robert Courtel**.

La méthode qui permet de calculer la perturbation du problème de valeurs propres posé par l'équation de Dirac [2] conduit, dans la notation usuelle à quatre composantes ψ_k ($k = 1, 2, 3, 4$), à l'équation :

$$\varepsilon = -i\hbar \int_{\Sigma_0} j_n(\varphi, \psi_0)\, d\sigma,$$

où $j_n(\varphi, \psi_0)$ désigne la composante suivant la normale extérieure à Σ_0 de la densité de flux mixte $\vec{j}$ formée sur les deux états φ, ψ_0.

Or, j_n peut s'écrire

$$j_n = -c\{\varphi_1^\star[(\alpha_0 + i\beta_0)\psi_4 + \gamma_0\psi_3] + \psi_1[(\alpha_0 - i\beta_0)\varphi_4^\star + \gamma_0\varphi_3^\star] + \varphi_2^\star[(\alpha_0 - i\beta_0)\psi_3 - \gamma_0\psi_4] + \psi_2[(\alpha_0 + i\beta_0)\varphi_3^\star - \gamma_0\varphi_4^\star]\},$$

α_0, β_0, γ_0 cosinus directeurs de la normale à Σ_0.

Sur cette expression et celle qui s'en déduit en ordonnant par rapport à $\varphi_3^\star$, ψ_3, $\varphi_4^\star$, ψ_4, on aperçoit aussitôt 6 groupes de conditions aux limites qui, tout en assurant l'hermiticité de l'opérateur K_0 [la relation

$$0 = \int_{D_0} \sum_1^4 (u_k K_0^\star v_k - v_k K_0 u_k)\, d\tau$$

(1) Séance du 11 juin 1945.

(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 311.

est vérifiée pour tout couple de fonctions u, v à quatre composantes y satisfaisant], permettent de calculer ε à partir de l'expression trouvée plus haut pour $(A_0^\star \varphi^\star)_{\Sigma_0}$. Ce sont :

$$(\mathrm{II}_a) \qquad \psi_1 = \psi_2 = 0;$$
$$(\mathrm{II}_b) \qquad \psi_3 = \psi_4 = 0;$$
$$(\mathrm{II_A}) \qquad \psi_1 = 0, \qquad \psi_3(\alpha_0 - i\beta_0) - \gamma_0\psi_4 = 0;$$
$$(\mathrm{II_B}) \qquad \psi_2 = 0, \qquad \psi_4(\alpha_0 + i\beta_0) + \gamma_0\psi_3 = 0;$$
$$(\mathrm{II_C}) \qquad \psi_3 = 0, \qquad \psi_1(\alpha_0 - i\beta_0) - \gamma_0\psi_2 = 0;$$
$$(\mathrm{II_D}) \qquad \psi_4 = 0, \qquad \psi_2(\alpha_0 + i\beta_0) + \gamma_0\psi_1 = 0.$$

Les conditions (II_a) et (II_b), indépendantes de la direction de la normale à Σ_0, annulent sur la frontière les trois composantes des densités de courant $\vec{j}$ et de moment électrique $\vec{\pi}$, mais non la densité de présence ρ.

Les conditions $\mathrm{II_{A,B,C,D}}$ dépendent explicitement de la normale à Σ_0 et annulent sur la frontière les composantes j_n, π_n. On voit facilement [3] que ces quatre conditions traitent de façons différentes la répartition des densités $\vec{\sigma}$ de spin et $\vec{\mu}$ de moment magnétique sur Σ_0, en particulier aux points où $\gamma_0 = 0$ ou 1. Par exemple, pour un domaine sphérique et la condition A, à l'équateur $\psi_1 = \psi_3 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, mais $\sigma_3 \leqq 0$; aux pôles, $\psi_1 = \psi_4 = 0$, $\mu_1 = \mu_2 = 0$, mais $\mu_3 \leqq 0$; pour B, C, D, on trouve les trois autres façons possibles d'attribuer les deux symboles $\leqq 0$, $\geqq 0$ aux grandeurs σ_3 et μ_3. Il s'agit donc de 4 types distincts de structures partiellement polarisées, qui ne paraissent pas avoir été étudiées jusqu'ici de façon générale.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Sur la recherche de la force électromotrice des machines électrostatiques.* Note de M. **Pierre Jolivet**, présentée par M. Louis de Broglie.

On connaît l'importance qui s'attache à la connaissance de la force électromotrice des machines électromagnétiques tant pour l'élaboration des projets que pour la conduite et l'explication du fonctionnement.

On sait que la force électromotrice E dans l'intervalle qui sépare deux pôles se déduit indirectement de la différence de potentiel U entre ces pôles par la connaissance supplémentaire d'une résistance R et d'une intensité I. Ce n'est que lorsque cette intensité est nulle que les deux grandeurs deviennent égales [1].

Dès 1929, H. Chaumat a montré que les chutes de tension internes ne

---

[3] Voir par exemple, dans L. de Broglie, *Une nouvelle théorie de la lumière*, 1, p. 110, les expressions explicites des 16 densités de valeurs moyennes associées à l'électron.

[1] P. Janet, *Leçons d'électrotechnique générale*, I, p. 66.

se produisaient pas dans les machines électrostatiques. Il importait de savoir ce qu'il advenait alors de la force électromotrice [2].

Les recherches entreprises à ce sujet me conduisent à dire que les machines statiques sont dépourvues de force électromotrice.

J'ai opéré avec des génératrices à influence à champ excitateur constant, si l'on dénomme ainsi le champ électrique siégeant, en regard du peigne, dans la couche gazeuse comprise entre inducteur et plateau isolant rotatif. Il peut en être ainsi lorsque l'armature inductrice, recouverte d'isolant, communique au peigne situé en face d'elle après un chargement préalable, par ionisation, de la surface externe de l'isolant inducteur [3].

Pour certaines de ces machines, à vitesse de rotation donnée du plateau, on peut trouver une constante R qui assure la constance du binome $RI + U$ lorsqu'on modifie le circuit extérieur d'absorption d'énergie depuis le court-circuit jusqu'aux effluves de grande longueur, I étant l'intensité du courant fourni par la génératrice sous la tension U.

Par conséquent, si la génératrice était pourvue d'une force électromotrice E, celle-ci devrait être constante et la puissance électrique, dissipée tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la génératrice, devrait égaler EI, de sorte que le couple résistant devrait, comme dans une dynamo à force électromotrice invariable, croître en même temps que I.

Or l'expérience montre que le couple résistant, notable lorsque U est élevé, diminue lorsque I augmente, tandis que U est diminué et même annulé lors des modifications apportées au circuit extérieur.

Cette contradiction montre que la notion de force électromotrice n'est pas applicable à la génératrice électrostatique.

Ainsi disparaît la nécessité théorique de l'existence de prétendues pertes internes dues à l'énormité de R, que l'on croyait pouvoir comparer à la résistance interne des machines électromagnétiques.

La négation de l'existence de la force électromotrice dans les machines statiques concorde ainsi avec les vues de H. Chaumat, et elle cesse d'être choquante si l'on remarque que la grandeur des hautes tensions obtenues résulte précisément de ce que la tension n'y est pas soumise à une cause interne de limitation, sauf la production d'effluves ou de décharges disruptives.

A champ excitateur constant, ce n'est pas la tension, c'est le débit qui est limité, mais qui doit nécessairement passer.

L'élément initialement calculable est la convection des charges sur le plateau, tandis que la tension en dépend, compte tenu de la résistance

---

(2) *Comptes rendus*, **188**, 1929, pp. 1232-1234.

(3) P. Jolivet, *ibid.*, **197**, 1933, p. 744.

opposée par le circuit externe, tension qui peut varier dans de grandes proportions sans pour cela entraîner de notables pertes de puissance en amont des pôles.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur l'identité des séries de potentiels et des formules de Liénard-Wiechert.* Note de M. **Émile Durand**.

Nous avons donné [1] les potentiels d'une charge unité en mouvement sous forme de développements en séries; la méthode, qui utilise uniquement les équations de Maxwell dans le vide, repose sur une conception ponctuelle des charges; les expressions obtenues ont l'avantage de ne faire intervenir que les coordonnées actuelles de la charge; nous avons pu montrer néanmoins qu'elles étaient équivalentes aux intégrales des potentiels retardés ou avancés; comme de ces intégrales on passe aux formules de Liénard-Wiechert, on pouvait prévoir que ces dernières étaient identiques à nos séries. C'est cette identité que nous nous proposons d'établir directement, sans passer par l'intégrale des potentiels retardés, et par conséquent sans faire appel aux équations microscopiques de Lorentz.

Auparavant, nous allons voir comment on peut calculer la distance rétardée r_τ en fonction des coordonnées x^u du point potentié et de $x^4 = ct$; on a $\tau = x^4 \pm r_\tau$; en développant en série de Taylor la distance retardée, on obtient [2]

$$(1)\qquad r_\tau = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} r_\tau^n [(\partial_\tau)^n r_\tau]_{x^4} = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} r_\tau^n [(\partial_4)^n r_{x^4}]$$

$$= r + (\pm) r_\tau . \partial_4 r + \sum_{n=2}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} r_\tau^n (\partial_4)^n r.$$

Pour simplifier l'écriture on a écrit r au lieu de r_{x^4}; en isolant r dans le premier membre, il vient

$$r = [1 - (\pm)\, \partial_4 r] r_\tau - \sum_{n=2}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} r_\tau^n (\partial_4)^n r.$$

Posons

$$(2)\qquad \Delta = [1 - (\pm)\, \partial_4 r] = [1 \pm r^{-1} r_u \dot{\xi}^u].$$

Si l'on tient compte de $(\partial_4)^{n-1} \Delta = -(\pm)(\partial_4)^n r$, on voit que l'on peut écrire

$$(3)\qquad r = \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n r_\tau^n, \qquad \text{avec } a_n = \frac{(\pm 1)^{n-1}}{n!} (\partial_4)^{n-1} \Delta;$$

en inversant cette série, on obtient r_τ en fonction de x^u et de x^4.

---

(1) *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 510-513; 219, 1944, pp. 584-586.

(2) On écrit ∂_τ au lieu de $\frac{\partial}{\partial \tau}$; ∂_4 au lieu de $\frac{\partial}{\partial x^4}$ ou $\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}$.

Cherchons maintenant à établir les identités

(5) $$A^u = [(r\Delta)^{-1}\xi^u]_\tau = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^{n-1}\xi^u],$$

(6) $$A^4 = [(r\Delta)^{-1}]_\tau = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^{n-1}].$$

Nous ne ferons les calculs que pour (5), car ils sont analogues pour (6). Le second membre de (5) peut s'écrire

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^n \Delta . B^u], \qquad \text{en posant } B^u = [(r\Delta)^{-1}\xi^u]_{x^4}.$$

En utilisant la relation

(7) $$\partial^n (a.b) = \sum_{k=0}^{k=n} C_n^k \, \partial^k a . \partial^{n-k} b, \qquad \text{avec } C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!},$$

il vient

(8) $$A^u = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} \sum_{k=0}^{k=n} C_n^k [(\partial_4)^{n-k} r^n \Delta] [(\partial_4)^k B^u]$$
$$= \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{(\pm 1)^k}{k!} [(\partial_4{}^k B^u)] . \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^{n+k} \Delta].$$

Si l'on peut démontrer que l'on a

(9) $$r_\tau^k = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^{n+k} \Delta],$$

l'identité (5) sera établie, car on reconnaît alors dans (8) le développement en série de Taylor de la formule de Liénard-Wiechert.

Nous allons d'abord vérifier que (9) est valable dans le cas un peu particulier de $n = 0$, c'est-à-dire que l'on a

(10) $$\sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^n \Delta] = 1.$$

En tenant compte de (2), le premier membre de (10) peut s'écrire

$$1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^n}{n!} (\partial_4)^n r^n - \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(\pm 1)^{n+1}}{(n+1)!} (\partial_4)^{n+1} r^{n+1},$$

ce qui est bien égal à 1.

Pour établir la validité générale de (9), nous multiplions les deux membres

par $(1/k!)(\pm 1)^k(\partial_4)^k r$, et nous sommons depuis $k=0$ jusqu'à $k=\infty$; il vient

$$(11)\qquad \sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{(\pm 1)^k}{k!}\,r_\tau^k(\partial_4)^k r=\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{(\pm 1)^k}{k!}\,[(\partial_4)^k r]\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(\pm 1)^n}{n!}\,(\partial_4)^n[r^{n+k}\Delta]$$

$$=\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(\pm 1)^n}{n!}\sum_{k=0}^{k=n}C_n^k\,\{(\partial_4)^{n-k}[r^n\Delta]\}\{(\partial_4)^k r\}$$

$$=\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(\pm 1)^n}{n!}\,(\partial_4)^n[r^{n+1}\Delta]=r_\tau,$$

et (11) est identique à (1); la validité de (9) est donc établie et, par là, celle de (5).

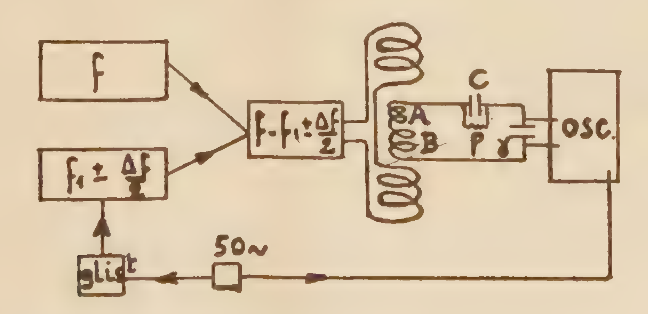
De la même manière on peut démontrer que, si f est une fonction quelconque de x_4, on a

$$f_{(\tau)}=\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(\pm 1)^n}{n!}\,(\partial_4)^n[r^n\Delta f_{(x_4)}].$$

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *La modulation de fréquence appliquée à l'étude des susceptibilités magnétiques*. Note de M. **Antoine Colombani**, présentée par M. Paul Langevin.

La méthode dont je donne ici le principe permet d'observer directement sur l'écran de l'oscillographe une courbe d'aimantation en fonction de la fréquence sur une bande de largeur réglable ($\pm 25\,k$Hz autour d'une fréquence quelconque).

Considérons deux bobines coaxiales A et B, de résistances négligeables, construites de façon que leurs produits NS respectifs soient égaux et montées en série-opposition. Un condensateur shunté C, ρ et un condensateur γ, d'impédance négligeable devant ρ, ferment le circuit des bobines.



Supposons les deux bobines placées dans un champ magnétique $H = H_0 \cos \omega t$ dirigé suivant leur axe. Les résidus étant compensés (*Annales de Physique*, octobre 1945), un oscillographe placé aux bornes de γ ne décélera aucune tension. Soit L la self totale des bobines. Si l'on prend

$L = C\rho^2$ avec $C^2\rho^2\omega^2 \ll 1$, le circuit fermé se comporte comme une résistance ρ indépendante de ω.

Introduisons dans A une substance de susceptibilité k. Il naît dans les bobines primitivement en équilibre une f. é. m. proportionnelle à $k\,dH/dt$. Et si $1/\gamma\omega$ est négligeable devant ρ, la tension aux bornes de γ est proportionnelle à $kH = J$. Cette tension est appliquée en élongation verticale sur les plaques de l'oscillographe.

Le champ H est créé par deux bobines de Helmholtz alimentées par une tension modulée en fréquence, de manière que la modulation couvre toute la largeur Δf de l'intervalle des fréquences pour lequel on veut relever la courbe. Cette tension est obtenue à partir d'un oscillateur accordé sur une fréquence f_1. Une lampe de glissement, branchée en dérivation sur son circuit oscillant, modifie f_1 de $\pm\,\Delta f/2$. Cette modification est elle-même due à la tension variable v appliquée à la grille de commande par une source à 50 périodes.

La tension variable v est appliquée en élongation horizontale sur l'oscillographe. Comme la fréquence de l'oscillateur varie en fonction de v, chaque point de l'axe des abscisses correspond à une fréquence déterminée. On peut donc l'étalonner en fréquences.

Un second oscillateur à fréquence variable f bat avec le premier et la détection se fait dans une mélangeuse. Il en résulte une bande $2\,\Delta f/2 = \Delta f$ de largeur réglable, indépendante de f.

C'est la tension de fréquence $f - f_1$, modulée à $\pm\,\Delta f/2$, qui alimente le circuit des bobines de Helmholtz (rendu indépendant de ω).

Sur l'écran on observe donc une surface lumineuse, symétrique par rapport à l'axe horizontal, et dont l'*enveloppe reproduit les valeurs maxima du produit* kH *en fonction de* f. Cela pour un champ H dont on peut d'ailleurs faire varier l'amplitude.

Cette méthode permet donc de déduire k pour toute valeur de H et de f. D'où son grand intérêt.

ÉLECTROCHIMIE. — *Constante acidobasique et potentiel d'oxydo-réduction de l'ion pentasulfuré.* Note de M. **Gabriel Valensi**, présentée par M. Hackspill.

I. L'ébullition, sous la pression ordinaire, d'un lait de chaux avec du soufre engendre des polysulfures de calcium et, comme formes oxydées concomitantes, du sulfite insoluble et du thiosulfate soluble. La répartition de ces derniers obéit à un équilibre étudié ailleurs (1) et qui implique une quantité

(1) G. Valensi, Séance du 15 décembre 1944 de la Société Chimique, Montpellier. Résumé dans *Bull. Soc. Chim.*, 12, 5e série, 1945, pp. 236 et 642.

faible de thiosulfate aux fortes concentrations. De plus, si le rapport du soufre à la chaux est suffisant ([2]), on obtient presque exclusivement le *pentasulfure*. Voici des exemples de compositions de la phase liquide après refroidissement à 20° C :

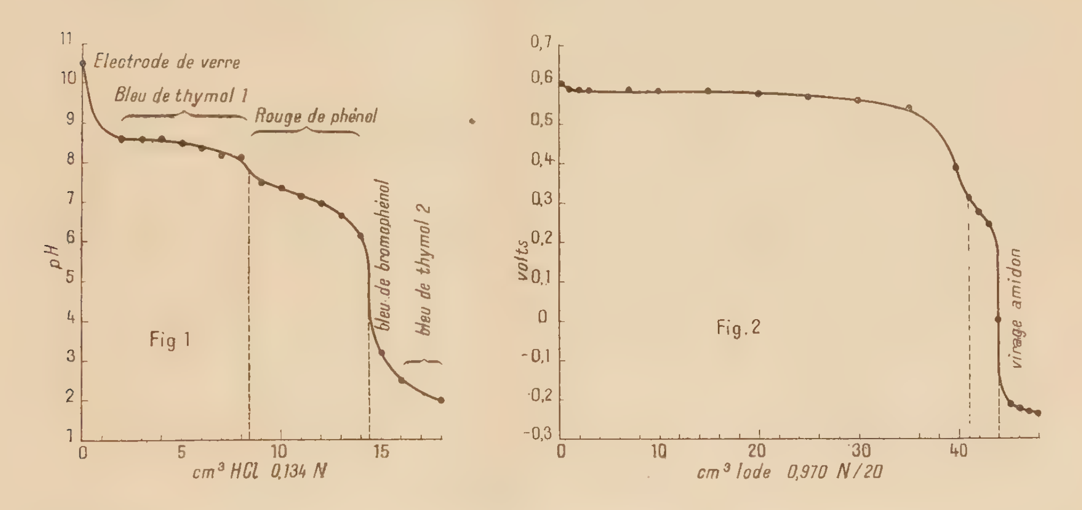
(*a*) $S^5Ca\,381\,\frac{g}{l}$; $S^2O^3Ca\,21,4\,\frac{g}{l}$, (*b*) ([3]) $S^5Ca\,394\,\frac{g}{l}$; $S^2O^3Ca\,44,2\,\frac{g}{l}$.

II. L'action des acides forts libère du soufre et engendre successivement du sulfhydrate et de l'hydrogène sulfuré selon les réactions

$$(1)\qquad S_5^{--} + H^+ \rightleftharpoons 4S + SH^-,$$

$$(2)\qquad SH^- + H^+ \rightleftharpoons SH^2.$$

La figure 1 exprime les variations du pH, mésuré colorimétriquement, au



cours de l'addition d'acide chlorhydrique 0,134 N à 10^cm3 de la dilution à 1/20 de la bouillie (*a*), après centrifugation pour éliminer le soufre précipité. Elle fait apparaître le pK de la réaction (1), qui est égal à 8,6 (en solution environ N/10 et à 20°C), résultat nouveau, et le pK de la réaction (2) effectivement conforme à la valeur connue 7,1.

On peut remarquer que les zones qui correspondent à (1) et (2) ne sont pas égales. Cela tient à une évasion d'hydrogène sulfuré vers la fin de la première, le calcul montrant aisément l'importance non négligeable de sa tension d'équilibre.

III. L'action de l'iode libère du soufre et engendre successivement de

([2]) Supérieur ou égal à 1g,58 de soufre par gramme de chaux éteinte.

([3]) En réalité cette bouillie, évoluée à l'air, est plus riche en thiosulfate qu'initialement.

l'iodure et du tétrathionate selon les réactions

(3) $$S_5^{--} + I^2 \rightleftharpoons 5S + 2I^-,$$

(4) $$2S_2O_3^{--} + I^2 \rightarrow S_4O_6^{--} + 2I^-.$$

La figure 2 exprime à 20°C. les variations de la force électromotrice de la chaîne

	ClK	ClK	10^{cm^3} dilution au 1/20 bouillie	
$^+$Hg — HgCl			(*b*) étendus à 100^{cm^3}	S — Pt.
	0,1 N	sat.	+ x^{cc} solution Iode 0,970 N/20	

L'électrode inattaquable fonctionne alors comme électrode au soufre; la stabilité et la reproductibilité sont de l'ordre de 2 ou 3 millivolts.

Les réactions (3) et (4) sont nettement séparées. On en déduit le potentiel normal $e_0 = -0^v,31$ (4) de l'électrode (Pt, S, S_5^{--}), par rapport à l'électrode normale d'hydrogène, en solution N/100, et à 20°C.

Le potentiel normal de l'électrode (Pt, $S_4O_6^{--}$, $S_2O_3^{--}$) ensuite mis en évidence serait dans ces conditions O^v; les données bibliographiques à ce sujet sont rares et contradictoires, ce qui s'explique sans doute par l'irréversibilité de la réaction (4). Un meilleur recoupement est fourni par le potentiel (Pt, I_3^-, I^-), obtenu avec un excès d'iode et dont la valeur trouvée $0^v,64$ est effectivement conforme à la valeur $0^v,65$ admise à la concentration N/100 (5), pour le potentiel normal apparent rapporté aux concentrations unités.

IV. Or le potentiel normal (Pt, S, S_5^{--}) est lié *a priori* à la constante de la réaction (1), qui implique aussi l'équilibre SH^-, S^{--}, H^+ dont le pK bien connu est 14,9. On doit donc avoir en présence de soufre solide :

$$\frac{[S_5^{--}]}{[S^{--}]} = \frac{10^{-8,6}}{10^{-14,9}} = 10^{6,3}.$$

D'autre part l'électrode inattaquable est à la fois en équilibre avec les ions S_5^{--} et S^{--}, le potentiel normal connu (Pt, S, S^{--}) étant $e'_0 = -0^v,49$ (6), et l'on doit donc avoir :

$$e = e_0 - \frac{0,058}{2}\log[S_5^{--}] = e'_0 - \frac{0,058}{2}\log[S^{--}],$$

$$e_0 = e'_0 + 6,3 \times 0,029 = -0^v,31,$$

ce qui est exactement la valeur trouvée directement.

---

(4) Convention de signe inverse de la convention de Lewis.

(5) Voir CHARLOT, *Nouvelle méthode d'analyse*, Paris, 1942, p. 62.

(6) Moyenne de trois déterminations récentes. Voir *Tables ann. des Constantes*, **11**, **12**, 1937, 60, p. 31.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Mécanisme du réarrangement des oxydes de cyclohexyle et de phényle ou de crésyle, et de l'alcoylation des phénols par le cyclohexène, en présence de fluorure de bore.* Note de MM. **Henri Lefebvre** et **Émile Levas**, présentée par M. Marcel Delépine.

I. *Réarrangement des oxydes de cyclohexyle et de phényle ou de crésyle.* — Divers mécanismes de réarrangement des éthers-oxydes phénoliques en phénols alcoylés ont été suggérés. Celui de Claisen ([1]) ne s'applique qu'aux éthers allyliques des phénols; celui de Kurssanow ([2]) ne vaut que pour les réarrangements par Cl H. Tous deux sont donc à écarter *a priori* dans le cas présent, où l'on étudie le réarrangement par BF^3 d'éthers-oxydes à alcoyle saturé.

Pour Niederl et Natelson ([3]), le réarrangement d'un éther-oxyde phénolique quelconque se ferait par un simple phénomène d'isomérie : l'éther se transformerait en phénol *ortho* ou *para* alcoylé en passant par une forme *ortho* ou *para* quinonique, avec migration préférentielle en *ortho* quand cette position est libre :

Notre étude des oxydes de cyclohexyle et de phényle ou de crésyle ([4]) montre *que le réarrangement de ces oxydes en présence de* BF^3 *ne peut être expliqué par un tel mécanisme.* En effet, même quand les conditions opératoires sont modérées, il apparaît toujours, outre le monoalcoylphénol, une quantité relativement importante de phénol libre et de produits polycyclohexylés. Il semble donc que *le réarrangement n'est pas ici intramoléculaire (comme le voudrait la théorie de Niederl et Natelson), mais bien intermoléculaire : d'abord coupure de l'éther en phénol et cyclohexène, puis réaction entre ces deux corps pour former directement des mono et des polycyclohexylphénols.* Ceci concorde avec les vues de Smith ([5]), qui étudia le réarran-

---

([1]) L. Claisen et E. Tietze, *Ber. d. chem. Ges.*, 58, 1925, p. 275; 59, 1926, p. 2344.

([2]) *J. Soc. Physicochim. russe*, 48, 1916, p. 1172.

([3]) *J. Amer. Chem. Soc.*, 53, 1931, p. 1928; 54, 1932, p. 1063; Natelson, *J. Amer. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 1583.

([4]) H. Lefebvre et É. Levas, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 313.

([5]) *J. Amer. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 717.

gement de l'oxyde de phényle et d'isopropyle par Cl^3Al, et avec les expériences de S. Skraup et W. Beifuss [6], qui, par chauffage sans catalyseur de l'oxyde de phényle et de cyclohexyle, obtinrent, en plus des monocyclohexylphénols, du phénol, du cyclohexène et des produits de polymérisation de ce dernier.

II. *Mécanisme de l'alcoylation des phénols par le cyclohexène.* — 1° Pour Niederl et Natelson [7] l'addition des carbures éthyléniques aux phénols débute par la formation d'un éther-oxyde, qui se réarrange ensuite en alcoylphénol; en opérant à température assez basse, ils purent dans certains cas isoler l'éther.

2° Nous avons établi [[4], [8]] qu'en présence de BF^3 : *a.* l'alcoylation des phénols par le cyclohexène donne, si la température reste assez basse, surtout des éthers-oxydes et, à plus haute température, uniquement des phénols alcoylés au noyau; *b.* on peut alcoyler l'anisole par le cyclohexène.

3° *Objections à la théorie de Niederl et Natelson. — a. Rejetant la possibilité de l'alcoylation directe du noyau, cette théorie est déjà trop exclusive.* On ne saurait en effet imaginer dans le cas de l'anisole la formation transitoire d'un éther-oxyde cyclohexylé; seule l'alcoylation directe du noyau est ici vraisemblable; de pareilles objections ont d'ailleurs déjà été faites par différents expérimentateurs [9].

b. Non seulement l'alcoylation directe du noyau semble possible, mais elle paraît constituer dans le cas présent le seul mode de production des cyclohexylphénols. Nous avons montré en effet plus haut qu'au premier stade de leur réarrangement, les oxydes de cyclohexyle et de phényle ou de crésyle se décomposent en phénols et cyclohexène, régénérant ainsi les produits initiaux. La formation d'éthers-oxydes reste donc étrangère à la production des cyclohexylphénols.

4° *En résumé*, l'alcoylation des phénols par le cyclohexène en présence de BF^3 est susceptible de se faire de plusieurs façons :

a. à température suffisamment basse, formation prédominante d'éther-oxyde :

$$C^6H^{10} + C^6H^5OH = C^6H^5-O-C^6H^{11};$$

b. à plus haute température, uniquement alcoylation directe du noyau :

$$C^6H^{10} + C^6H^5OH = C^6H^4(OH)(C^6H^{11}); \quad 2C^6H^{10} + C^6H^5OH = C^6H^3(OH)(C^6H^{11})^2;$$

---

[6] *Ber. d. chem. Ges.*, 60, 1927, p. 1070.

[7] *J. Amer. Chem. Soc.*, 53, 1931, p. 272.

[8] *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 782 et 826.

[9] Ipatiew, Pines et Schmerling, *J. Amer. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 1161; Sowa, Hinton et Nieuwland, *J. Amer. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 3402.

l'alcoylation directe du noyau peut déjà se produire un peu à basse température;

c. si on laisse la température monter après la formation de l'éther-oxyde, celui-ci se décompose, et la régénération des réactants est suivie d'une alcoylation directe du noyau;

d. au cours de l'alcoylation du phénol ordinaire à basse température [4], il se produit, outre l'oxyde $C^6H^5—O—C^6H^{11}$, un oxyde alcoylé au noyau $C^6H^{11}—C^6H^4—O—C^6H^{11}$, dont la formation peut procéder des deux types de réaction précédents :

$$C^6H^{10} + C^6H^5OH \begin{cases} \nearrow C^6H^5—O—C^6H^{11} \xrightarrow{+C^6H^{10}} C^6H^{11}—C^6H^4—O—C^6H^{11}. \\ \searrow C^6H^{11}—C^6H^4—OH \xrightarrow{+C^6H^{10}} C^6H^{11}—C^6H^4—O—C^6H^{11}. \end{cases}$$

GÉOLOGIE. — *Sédiments quaternaires conservés sur la grève de la région de Roscoff (Finistère).* Note de M. **Jacques Bourcart.**

Les géographes affirment que le paysage complexe de la côte bretonne : profondes échancrures, chenaux, rochers littoraux en pyramides ou entassements de boules de granite, écueils, îles et îlots, est dû à l'*érosion marine* actuelle, sélective. J'ai montré [1] qu'il représente le reste d'un ancien relief antécrétacé, fossilisé par le dépôt de la craie (ou, en Morbihan et dans la baie du Mont Saint-Michel, de celui des calcaires éocènes qui lui succèdent) et que ce relief avait été, ensuite, dégagé et envahi par la mer. Le manque de documents ne permet pas encore de dire quelle est la part, dans les résurrections et enfouissements successifs de ce paysage qui se sont ensuite succédé, au cours de l'Oligocène, du Miocène et du Pliocène, des actions continentales ou marines. Mais il m'est déjà possible d'indiquer celles qui se sont produites dans la dernière partie du Quaternaire.

Les coupes des valleuses de la côte roscovite montrent que le relief continental est partiellement enfoui sous des limons jaunes, fins, un peu calcarifères, très analogues à ceux de la Normandie et de l'Ile de France. Leur base renferme un cailloutis anguleux, d'origine locale [2].

Les rochers côtiers, comme le Roc'h Illiévec, émergeaient à peine de

---

(1) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 505.

(2) Les levées de galets *arrondis* qui ont été décrites dans la région de Roscoff, sous le nom, en général, de plages soulevées, sont sous le *head*, formation très caillouteuse, à pâte empruntée aux limons et postérieures à celui-ci. Elles sont, en général, attribuées à une solifluxion contemporaine de la dernière période glaciaire. La variété pétrographique extraordinaire de ces galets arrondis leur assigne probablement une origine fluviale première, avant leur mise en place par la dernière transgression marine.

la couverture de limons. Sur leur face maritime, ils en ont été dégagés par les actions complexes de la mer.

On sait, depuis Barrois (1897) [3], que cette couverture limoneuse n'est pas limitée au continent, mais qu'elle existe également sur les îles ou îlots, jusqu'à Ouessant. Dans la région roscovite, les îles de Ti Saozon et, sous une couverture de sables dunaires, celles de Bas et de Callot sont recouvertes par ces limons. Mais il est plus extraordinaire de retrouver ceux-ci dans les parties basses de la grève, comme substratum des plages, notamment. Le fait avait déjà été remarqué pour l'Aber et Roscoff par P. de Beauchamp [4]; mais on peut retrouver les limons, par sondages, en bien d'autres points jusqu'à la pointe de Pontusval, sous les sables (ou les tangues à Goulven) de l'estran.

L'étude de l'Aber de Roscoff montre que, sous les limons, apparaît le plus souvent une argile bleue azur, contenant des grains de quartz non roulés. Sa puissance, variable, atteint 50^{cm} en plusieurs points. Elle recouvre notamment l'affleurement de craie au bout de la jetée de Per Haridy. En étudiant les sédiments accrochés aux pattes d'ancres dans le chenal de Bas, j'ai pu reconnaître qu'elle remplit non seulement l'Aber, mais même ce chenal. Enfin elle constitue le sous-sol du Marais de Santec.

Au fond de l'Aber, vers les rochers de Per Haridy et, sur la côte sauvage, près de Santec, les argiles bleues sont recouvertes par un banc de tourbe stratifiée dont la puissance peut atteindre le mètre.

Les baies et chenaux, qui existaient sous cet aspect au Crétacé, sont donc devenus des marécages à une époque du Quaternaire (qu'il est assez vraisemblable de localiser à l'intervalle acheuléo-moustiérien). Puis elles ont été recouvertes par un manteau, presque uniforme, de limons sous lequel disparaissait la majeure partie du relief rocheux. Les zones basses ont été alors atteintes par la dernière transgression marine (dont l'histoire est d'ailleurs complexe). Mais depuis cette époque, l'action d'ablation de la mer a juste été suffisante pour enlever partiellement, dans les baies, et attaquer un peu, dans les valleuses, cette couverture pourtant si meuble et, dans les zones de dépôt, de la recouvrir simplement d'un mince placage de sédiments actuels. Elle a laissé subsister un relief évidemment antérieur au dépôt des limons, bien plus ancien, comme nous l'avons vu, car il est le successeur, à peine un peu usé, d'un relief antécrétacé.

L'action de la mer, dans un pays analogue à la Bretagne, est par conséquent des plus limitées. Cette idée est en complète contradiction avec les données numériques qui sont toujours citées pour justifier le

---

[3] *Ann. Soc. géol. du Nord*, **26**, 1897, p. 33.

[4] *Les Grèves de Roscoff*, Paris, 1914.

recul des côtes, l'attaque des pointes, le comblement des baies et la simplification linéaire finale du littoral. Celles-ci sont toujours empruntées aux régions crayeuses de la Picardie et du Sud de l'Anglerre, où vraisemblablement jouent de tout autres phénomènes. Les simples actions de déblaiement et de remblaiement de la mer ne peuvent donc suffire à créer ni de véritables plaines, ni un paysage aussi complexe que celui qui borde, sur les grèves ou sous la mer, le littoral breton.

MICROBIOLOGIE. — *Fermentation méthanique due au Bacille* perfringens; *rôle catalyseur de l'iode au cours de cette fermentation.* Note [1] de M. **Jean Laigret**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le Bacille *perfringens* a été étudié très complètement, surtout par Weinberg, du point de vue de son action pathogène dans la gangrène gazeuse. Il a été étudié également comme ferment anaérobie destructeur de la matière organique et producteur, aux dépens de celle-ci, de gaz carbonique et d'hydrogène. Il n'a pas été signalé comme producteur de méthane. Ni Weinberg, ni aucun des auteurs qui, à notre connaissance, ont traité de la fermentation méthanique, ne l'ont retenu parmi les bactéries susceptibles d'engendrer l'hydrocarbure.

Pourtant le Bacille *perfringens* s'est révélé un ferment méthanigène puissant au cours d'expériences que nous avons faites avec la souche *A*. 5029 de ce microbe : souche de collection de l'Institut Pasteur, entretenue dans notre laboratoire selon les techniques habituelles de repiquage en gélose de Veillon et en tubes d'Yvan Hall.

Première série d'épreuves : fermentation de liquides organiques sans addition d'aucune substance modificatrice. — Dans les conditions ordinaires d'attaque de la matière organique, c'est-à-dire sans l'intervention d'aucune substance modificatrice, le Bacille *perfringens* souche *A*. 5029 provoque des dégagements rapides, tumultueux, où l'anhydride carbonique et l'hydrogène se mêlent en proportions variables. Les gaz sont combustibles quand leur teneur en hydrogène dépasse 30 à 35 %. Très vite se forment dans les liquides les acides butyrique, acétique et lactique : le pH tombe à 5 et au-dessous; le développement bactérien s'arrête. Cette fermentation, du type butyrique classique, ne conduit jamais au méthane.

Deuxième série : liquides fermentescibles additionnés d'un formiate alcalin. — Si aux mêmes liquides fermentescibles on ajoute, avant l'ensemencement du microbe, un formiate, de soude, de chaux, de baryte, mieux encore

---

[1] Séance du 10 septembre 1945.

d'ammoniaque, des modifications importantes surviennent. D'abord le dégagement est moins précoce : il ne débute qu'au 2e-3e jour, au lieu des 6e-10e heures. Il est plus régulier et il se prolonge. C'est qu'en effet le milieu ne s'acidifie pas : les acides se trouvant saturés, au fur et à mesure de leur production, par la base du formiate. Il en résulte que la culture n'est pas entravée; la fermentation évolue tout entière à pH neutre.

Le volume des gaz est notablement augmenté. Ces gaz contiennent en général parties égales d'hydrogène et de gaz carbonique. Ils brûlent. Ils ne renferment jamais de méthane.

Troisième série : liquides additionnés d'un formiate alcalin et d'iode. — Si, avant de mettre les liquides à fermenter, on les additionne de formiate alcalin, de préférence ammoniacal, et de traces d'iode (1 pour 5000 d'iode, sous forme de solution dans l'iodure de potassium, le pH comme précédemment reste neutre. Des gaz se dégagent à partir du 2e-3e jour : ils sont riches ou très riches en hydrogène.

Le premier dégagement terminé, on ne voit plus monter, pendant une période de 10 à 15 jours, que des bulles insignifiantes. Puis un deuxième dégagement se produit, il est riche ou très riche en méthane.

Nous avons obtenu ce résultat avec les substances organiques les plus diverses : peptones du commerce; peptones préparées au laboratoire par digestion chlorhydrique de viscères (peptone Martin); macérations de viandes de bœuf, de cheval, de poissons; solutions de glucose, de sucre de canne, de miel, de manne; décoctions de graines, de feuilles, de tiges, de bulbes de différentes plantes. Pour chaque substance ou mélange de substances, il est nécessaire d'opérer un titrage qui indique les proportions convenables de formiate et d'iode qu'il faut employer. Ce titrage s'opère par dilutions, en présence d'une quantité fixe de la semence.

On arrive ainsi à des rendements considérables, 1^{g} de formiate produisant jusqu'à 1600^{cm^3} de gaz, riches pour une moitié, de plus de 80 % d'hydrogène et, pour l'autre moitié, de plus de 80 % de méthane. Oxyde de carbone en moins, le mélange a la composition des meilleurs gaz de distillation de la houille.

Commentaires et conclusions. — Du point de vue théorique il se confirme que la production du méthane n'est point liée à la fermentation de la cellulose. Ceci avait été vu déjà par divers chercheurs, en particulier par Söhngen et par Stephenson. Dans nos expériences nous avons eu d'abondants dégagements de méthane à partir de liquides entièrement dépourvus de cellulose.

Mais ce qui domine, c'est la constatation nouvelle du rôle du Bacille *perfringens*. Ce microbe, sans l'aide d'aucune autre bactérie, s'est montré capable de provoquer non seulement la fermentation butyrique, ce qu'on

savait déjà, mais aussi, et d'une manière très active, la fermentation méthanique. Il lui faut, pour cette deuxième fermentation, un catalyseur : l'iode dans nos expériences. Étant donné que le Bacille *perfringens* est répandu partout dans le sol, on est en droit de le considérer, sinon comme l'unique, du moins comme le principal producteur du méthane naturel.

Enfin, du point de vue pratique, on peut, à partir de la matière organique fermentée par les cultures pures du Bacille *perfringens*, obtenir à volonté soit des gaz riches en hydrogène, soit des gaz riches en méthane, soit successivement les uns et les autres. Il n'est pas nécessaire, comme on le fait dans la pratique empirique du gaz dit de ferme ou de fumier, de soumettre la matière organique à une putréfraction préalable. Les végétaux bruts donnent, en gaz combustibles, des rendements aussi intéressants; égaux ou supérieurs, du moins dans nos expériences, à ceux que l'industrie obtient de la distillation du charbon [2].

BACTÉRIOLOGIE. — *Lyse massive des bacilles de Koch chez le Cobaye après traitement à la clitocybine. Pouvoir inhibiteur de ce produit vis-à-vis du bacille typhique, du colibacille, de* Brucella abortus etc. Note de M. **A.-Charles Hollande**, présentée par M. Robert Courrier.

J'ai constaté depuis de nombreuses années qu'un gros champignon de la famille des Agaricinées, le *Clitocybe* (*Aspropaxillus*) *gigantea* (Fr. ex. Sow.) Quel. var. *Candida* (Bres.) Heim [1], déterminait dans les prairies alpines (900 à 1400^{m}) la formation de *ronds de sorcière*, souvent très importants, dont l'herbe, loin d'être plus drue, est morte et peu putrescible. J'ai pensé que le champignon, en se développant, tuait les plantes et devait élaborer un principe actif inhibant la multiplication des microbes nécessaires à la putréfaction des tissus végétaux. Mes recherches m'ont permis de mettre en évidence et d'extraire ce principe; je l'ai nommé *clitocybine* [2]. Ce produit paraît voisin de la pénicilline. Il est soluble dans l'eau et le chloroforme, l'acétone, l'acétate d'amyle, l'éther sulfurique etc. Détruit entre 70-80°, et non à 40-50° comme la pénicilline, il diffère de cette dernière par son action inhibitrice vis-à-vis des bacilles de Koch, typhique, *coli*, pyocyanique et *Brucella abortus* [3].

---

(2) Ce travail a été effectué pendant la guerre avec la collaboration de Mme Vérain-Pinoy pour la partie bactériologique; les analyses chimiques des gaz ont été faites par MM. Vérain et Guntz.

(1) Je dois cette détermination à M. Roger Heim.

(2) Il se peut que d'autres clitocybes renferment le même principe.

(3) *Brucella melitensis* et le bacille de *Shiga-Krüse* n'ont pas été expérimentés.

Le champignon cuit est comestible. Cru et desséché, il renferme des substances toxiques. Un centimètre cube d'une macération aqueuse (24 heures) de 1^g de champignon sec dans 10^{cm^3} a tué (inj. s.-c.) un cobaye de 300^g en 48 heures; il produit, au point d'injection, un fort œdème, un prurit intense (grattage et arrachement des poils), avec suffusion sanguine et ulcération. Le liquide obtenu est brun (oxydases), acide (pH 4,6). Après extraction [1] par l'éther sulfurique, évaporation du solvant et concentration du produit dans l'eau de source stérilisée, le liquide obtenu (pH 2) est incolore, ou légèrement jaune; non teinté et ramené à pH 7,5, il n'est plus nocif (absence de prurit, d'œdème, d'ulcération) en injections sous-cutanées répétées.

En boîte de Petri (gélose nutritive), $0^{cm^3},05$ à $0^{cm^3},06$ de la solution brute (1^g de champignon sec pour 10^{cm^3} d'eau) à pH 7,5, déposé sur un papier buvard épais et large d'un demi-centimètre carré, détermine autour du papier un espace circulaire stérile ayant un diamètre de $2^{cm},7$ avec le

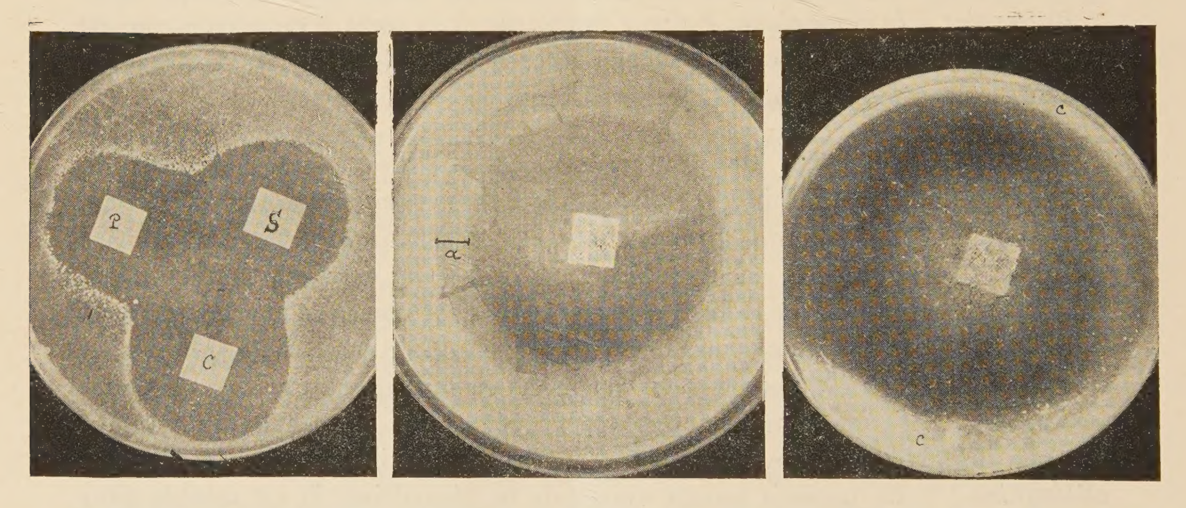


Fig. 1. — Bacille typhique. Fig. 2. Fig. 3. — Bacille tuberculeux.

Fig. 1. — Action de la clitocybine sur le bacille typhique; $0,^{cm^3}06$ macération aqueuse (1 p. 10) à pH 4,5; P, avec pied; S, spores; C, chapeau du champignon; diamètre de l'auréole stérile : $3^{cm},8$.

Fig. 2 et 3. — Action de $0,^{cm^3}05$ de clitocybine, à deux concentrations, différentes sur le bacille de Koch. En 2, auréole stérile de 5^{cm}; en 3, concentration plus forte, auréole de 8^{cm}; culture 3 jours Sauton gélosé. Le nuage blanchâtre qui s'observe autour du confetti de buvard sur les figures 2 et 3 est un artefact de photographie et ne traduit pas la présence de colonies bactériennes dans cette zone.

staphylocoque ensemencé; $1^{cm},7$ avec le colibacille. Avec une macération à 2^g pour 10^{cm^3}, $0^{cm^3},06$ donne pour le bacille typhique $2^{cm},8$ de diamètre (*fig.* 1); pour le bacille pyocyanique $1^{cm},6$; sur Sauton gélosé, on obtient

---

(1) L'addition de quelques gouttes d'eau oxygénée (2-3 par 10^{cm^3}) favorise, semble-t-il, la formation et l'extraction de la clitocybine.

avec le bacille tuberculeux (⁵) 2^{cm} à $2^{cm},5$ (*fig.* 2 et 3). Avec le pH brut (4,5), les diamètres stériles sont plus grands.

$0^{cm^3},50$ du liquide brut (macération 24 heures à 1^g pour 10^{cm^3}) inhibe le développement (37°) du staphylocoque (10 millions) dans 10^{cm^3} d'eau peptonée; même résultat avec le bacille de Koch en milieu Courmont. Après extraction éthérée et concentration en eau de source stérile, $0^{cm^3},005$ de la solution obtenue empêche le développement du bacille tuberculeux précédent (10 millions) ensemencé dans 10^{cm^3} du milieu Courmont à 37° (concentration $1/2000^e$); dans les mêmes conditions il fallait $0^{cm^3},025$ de cette solution pour inhiber la culture du staphylocoque. La clitocybine apparaît ainsi plus active sur le bacille de Koch que sur le staphylocoque. Le bacille tuberculeux (10 millions) n'est pas lysé après 4 jours à 37° au contact de 1^{cm^3} de la solution aqueuse brute (pH 7,5) à 1^g pour 10^{cm^3}.

Quelques essais de traitement (inj. s.-c. répétées) sur le cobaye tuberculisé ont été effectués; sur frottis et coupes on constate soit l'absence de bacilles dans les lésions (ganglions, rate, poumons), soit la lyse progressive et totale des bacilles.

Dans les lésions (coupes du poumon), on observe des traînées roses provenant de la lyse des BK; sur frottis, des leucocytes sont littéralement bourrés de BK en lyse; on voit aussi des globi formés de fins et longs filaments acidorésistants; des paquets de BK extracellulaires agglutinés et gonflés, très colorables; à côté, d'autres sont à peine teintés de rose et en voie de disparition. L'injection au cobaye neuf du broyat de telles lésions, après un traitement suffisamment intensif, montrera si une stérilisation complète par la clitocybine est possible.

J'ai cru devoir dès maintenant signaler à l'attention : 1° le pouvoir inhibiteur de la clitocybine vis-à-vis de microbes pathogènes (B. tuberculeux, B. typhique, colibacille, *Brucella abortus* etc.) sur lesquels, selon les auteurs, la pénicilline n'agit pas; 2° la lyse massive du bacille de Koch, très virulent chez le cobaye tuberculisé ayant subi un traitement à la clitocybine.

La séance est levée à 15^h30^m.

A. Lx.

(⁵) Bacille constitué par le stade acido-résistant dit *forme jeune* S.A.P.C. (culture lisse) qui pousse abondamment en 24-48 heures à 37° (A. Ch. et G. Hollande, *Arch. Zool. exp., Protistologica*, t. 72, vi, 1932).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de septembre 1945.

La fiche d'ensoleillement du site et du bâtiment, pour les reconstructeurs de demain. Exposé préliminaire de principes, par L.-A. Becquerich. Perpignan, Imprimerie Gabriel Trilha, 1945; 1 fasc. 21cm.

Physique appliquée des installations à rayons X. Production et dosimétrie, par Georges Destriau. Paris, Dunod, 1945; 1 vol. 25cm.

Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et mesures, publié sous les auspices du Comité international, par le Directeur du Bureau. Tome XX. Paris, Gauthier-Villars, 1944; 1 vol. 32cm.

Le méson. Aspects théoriques et expérimentaux. Réunions d'études et de mises au point tenues en mai 1944 *sous la présidence de* M. Louis de Broglie. Paris, Éditions de la Revue d'Optique théorique et instrumentale, 1945; 1 vol. 22cm,5.

Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Extrait des procès-verbaux, séance du mardi 24 juillet 1945. *Sur le rôle des associations scientifiques dans le développement canonique à propos des travaux de l'Association française des Techniciens du Pétrole à Saint-Gaudens les* 5 *et* 6 *juillet* 1945, par Camille Manceau. Bordeaux, Imprimerie Delmas, 1945; 1 fasc. 24cm.

Union géodésique et géophysique internationale. Comité national français. Section d'hydrologie scientifique. *Commission du Bassin de la Seine.* Cahier nº 5. *Quelques compléments à la météorologie de Paris.* Paris, Gauthier-Villars, 1945; 1 fasc. 27cm,5.